

به نام خدا

سری ششم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی  
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

۱- برد تابع  $f(x,y) = \sqrt{16 - 2x^2 - y^2} + 8x - 2y$  عبارت است از:

- (۱)  $[0, 3]$  (۲)  $[0, 6]$  (۳)  $[0, 4]$  (۴)  $[0, 5]$

۱۹. کدام گزینه به ترتیب در مورد  $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{\sin(x^2+y^2+z^2)}{x^2+y^2+z^2}$  و  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy-x-y+1}{x^2+y^2-2x+2y+2}$  صحیح

است؟ MBA 96

- (۱) هر دو مورد حد دارد. (۲) هر دو مورد دارای حد نیستند.  
 (۳) اولی حد ندارد ولی دومی دارای حد است. (۴) حد اولی موجود است ولی دومی حد ندارد.

حاصل  $a = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{e^{x^2y} - 1}{x^2 + y^2}$  و  $b = \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sqrt{1+x^2y^2} - 1}{(x^2+y^2)^2}$  برابر است با:

- (۱)  $a$  وجود ندارد،  $b$  وجود ندارد (۲)  $a = 0$  و  $b$  وجود ندارد  
 (۳)  $a = 0$  و  $b = 0$  (۴)  $a$  وجود ندارد و  $b = 0$

۲۳ مقدار  $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x \ln(|x| + |y|)$  کدام یک از گزینه‌های زیر است؟ (ریاضی ۹۰)

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳)  $\infty$  (۴) موجود نیست.

۱۰۷. اگر  $f(x,y) = \frac{1}{y} (||x| - |y|| - |x| - |y|)$  حاصل  $f_y(0,0)$  کدام است؟ (عنوان نهم برداری ۹۰)

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴)  $+\infty$

۹۰ مواد  $f(x,y) = \begin{cases} xy \frac{x^2-y^2}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$  درست است؟  
 (۱)  $f$  در  $(0,0)$  به فرسائل پذیر نیست.  
 (۲)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  در نقطه  $(0,0)$  برابر -۱ است.  
 (۳)  $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$  در مبدأ وجود ندارد زیرا  $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$  پیوسته نمی‌باشد.  
 (۴)  $\frac{\partial f}{\partial x}(0,0)$  وجود ندارد زیرا  $f$  در مبدأ پیوسته نمی‌باشد.

۲۴. هرگاه  $z = x^2 + y^2 + \text{Arctan} \frac{x^2 + y^2}{x - y}$  آنگاه  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$  برابر است با: (ریاضی ۹۱)

- (۱)  $2(x^2 + y^2) + \frac{2(x^2 + y^2)}{x - y}$   
 (۲)  $2(x^2 + y^2) + \sin(2 \text{Arctan} \frac{x^2 + y^2}{x - y})$   
 (۳)  $2(x^2 + y^2) + \text{Arctan} \frac{x^2 + y^2}{x - y}$   
 (۴)  $2(x^2 + y^2) + \sin(2 \text{Arctan} \frac{x^2 + y^2}{x - y})$

۴۲) تابع  $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^2 + 2y^2}{|x| + |y|} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$  را در نظر بگیرید. مشتق سویی تابع  $f$  در جهت بردار  $\vec{v} = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  در مبدأ مختصات کدام است؟ (ریاضی ۹۰)

(۱) صفر (۲)  $-\frac{9}{35}$  (۳)  $\frac{9}{35}$  (۴) وجود ندارد.

۸۵) مشتق سوئی یک تابع دو متغیره مشتق پذیر در نقطه  $(1,2)$  و در جهتی به سوی نقطه  $(2,2)$  برابر با ۲ و در جهتی به سوی  $(1,1)$  برابر ۲- است. مشتق سوئی این تابع در همین نقطه و در جهتی به سوی  $(4,6)$  کدام است؟ (ریاضی یک ۹۳)

(۱)  $\frac{3}{8}$  (۲)  $\frac{6}{5}$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{14}{5}$

۷) مشتق تابع  $f(x,y) = 2ye^x + \ln y$  در نقطه  $A(0,1)$  و در امتداد بردار گرادیان کدام است؟ صنایع و نقشه برداری ۹۶

(۱)  $\sqrt{13}$  (۲)  $\frac{1}{\sqrt{13}}$  (۳)  $2\sqrt{13}$  (۴)  $\frac{\sqrt{13}}{2}$

مشتق سوئی تابع  $f(x,y,z) = xe^y + x^z \ln z$  در نقطه  $P(1,0,1)$  و در جهت بردار عمود بر سطح  $x^2 + \sin y + xz^2 = 2$  عبارت است از:

(۱)  $\frac{3}{\sqrt{14}}$  (۲) ۶ (۳) ۳ (۴)  $\frac{6}{\sqrt{14}}$

۲۲) نقطه تماس صفحه افقی مماس بر رویه  $z = x^4 - 4xy^2 + 6y^2 - 2$  کدام است؟ MBA 96

(۱)  $(1, -1, 9)$  (۲)  $(1, 1, 1)$  (۳)  $(0, 1, 4)$  (۴)  $(-1, 0, -1)$

معادله خط مماس بر محل تلاقی رویه های  $x+z-4=0$  و  $x^2+y^2-z=0$  در نقطه  $p(0, \sqrt{2}, 4)$  عبارت است از:

(۱)  $x = 21\sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = 4$   
 (۲)  $x = 21\sqrt{2}, y = \sqrt{2}, z = 4 - 21\sqrt{2}$   
 (۳)  $x = 1, y = \sqrt{2}, z = 4 + 1$   
 (۴)  $x = 0, y = 2\sqrt{2} - 1\sqrt{2}, z = 4$

- با کمک تقریب خطی، مقدار تقریبی عبارت  $\sqrt[3]{2 \times (2/99)^2 + (3/11)^2}$  چقدر است؟

(۱)  $3/0.2$  (۲)  $3/0.1$  (۳)  $3/1.2$  (۴)  $3/1.1$

۶۶. اگر تابع سه متغیره حقیقی مقدار  $f$  دارای مشتقات جزئی مرتبه اول باشد و  $z = f(3u - 2v - w, -v + w, 2u + 2v - 4w)$

آنگاه مقدار  $\frac{\partial z}{\partial u} + \frac{\partial z}{\partial v} + \frac{\partial z}{\partial w}$  کدام است؟ فلسفه علم ۹۶

- (۱) ۰ (۲)  $-uvw$  (۳) ۱ (۴)  $uvw$

۱۵

۱. هرگاه  $1 = x^2 + y^2 + z^2$  آنگاه  $x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y}$  برابر است با: (عزبان ۸۹)

- (۱)  $z - \frac{1}{z}$  (۲)  $\frac{1}{z}$  (۳)  $z^2 + \frac{1}{z}$  (۴)  $z + \frac{1}{z}$

۱۶

۲. تابعی مشتق پذیر است به طوری که  $f(x^2 - z^2, y - 2z) = 0$  حاصل  $\frac{\partial z}{\partial x} + 3x^2 \frac{\partial z}{\partial y}$  کدام است؟

- (۱)  $3x^2$  (۲)  $\frac{3}{2}x^2$  (۳)  $-3x^2$  (۴)  $-\frac{3}{2}x^2$

۱۷

۲۳. اگر  $\begin{cases} uv + x^2 + xy = 0 \\ u^2 + v^2 - xy - y^2 = 0 \end{cases}$  که در آن  $u$  و  $v$  توابعی از دو متغیر مستقل  $x$  و  $y$  باشند، مقدار  $\frac{\partial u}{\partial x}$  به ازای  $x = 2$  و  $y = -5$  و  $u = \sqrt{3}$  کدام است؟ (۹۰ M3A)

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۳)  $-\sqrt{3}$  (۴)  $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۸

۱۲. اگر  $U = x + y + z$  و  $U^2 V = y + z$  و  $U^2 W = z$  حاصل  $\frac{\partial(U, V, W)}{\partial(x, y, z)}$  کدام است؟ (۸۹ M3A)

- (۱)  $U^2 V^2$  (۲)  $U^5$  (۳)  $U^{-5}$  (۴)  $U^{-2}$

۱۹

۲۹. در مورد تعداد و نوع نقاط بحرانی تابع  $f(x, y) = x^2 + y^2 - 12xy$  کدام درست است؟ (متمنی علوم انسانی ۹۳)

- (۱) ۱ نقطه زینی، ۱ نقطه می نیمم نسبی (۲) ۱ نقطه می نیمم نسبی، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی  
(۳) ۱ نقطه زینی، ۱ نقطه ماکزیمم نسبی (۴) ۲ نقطه می نیمم نسبی، ۲ نقطه ماکزیمم نسبی

۲۰

۱۲۵. مقدار اکسترمم های تابع  $f(x, y, z) = 2x - y + 2z$  به طوری که  $x^2 + y^2 = 5$  و  $y + z = 4$  باشد، برابر است با: (علوم دریایی ۹۳)

- (۱) ۲ و ۱۱ (۲) ۳ و ۱۱ (۳) ۲ و ۲۲ (۴) ۳ و ۲۲

۲۱

۵۱. مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع  $f(x, y) = 2x^2 - y + y^2$  با شرط  $4x^2 + y^2 \leq 4$  به ترتیب کدام است؟ فلسفه علم ۹۷

- (۱)  $\frac{1}{2}$  و ۶ (۲)  $-\frac{1}{4}$  و ۶ (۳)  $-\frac{1}{4}$  و ۶ (۴)  $\frac{1}{4}$  و ۶

۲۲