

به نام خدا

سری هشتم تمرین‌های کلاس حل تمرین ریاضی عمومی
(آموزشگاه‌های پژوهش و عمران پایه)

۴۶. حاصل انتگرال $\int_C ye^{-x} ds$ در صورتی که C منحنی مسطح $\begin{cases} x = \ln(t^2 + 1) \\ y = 2 \operatorname{Arctant} - t \end{cases}$ و $0 \leq t \leq \sqrt{2}$ باشد، کدام گزینه است؟ (آب، ۸۹)

- (۱) صفر (۲) $\frac{\pi^2}{9} - \ln 2$ (۳) $\frac{\pi^2}{9}$ (۴) $\pi + \ln 2 - e^{-2}$

۳۰. مساحت آن قسمت از استوانه $x^2 + y^2 = ax$ که داخل کره به معادله $x^2 + y^2 + z^2 = a^2$ قرار می‌گیرد چقدر است؟ (۸۲ MBA)

- (۱) $2a^2$ (۲) $3a^2$ (۳) $4a^2$ (۴) $5a^2$

۲۶. سطح قسمتی از رویه $z = x^2 - y^2$ که در داخل استوانه $x^2 + y^2 = 6$ قرار می‌گیرد، کدام است؟ (۹۱ MBA)

- (۱) $\frac{62\pi}{3}$ (۲) $\frac{31\pi}{3}$ (۳) $\frac{65\pi}{6}$ (۴) $\frac{55\pi}{6}$

۱۲۲. مقدار $\int_C (2xy - y^2 + 3)dx + (x^2 - 4xy^2)dy$ را که در آن C قوسی از دایره $(x-2)^2 + y^2 = 1$ از نقطه $(1, 0)$ به نقطه $(2, 1)$ است، کدام است؟ (علوم دریایی ۹۱)

- (۱) ۰ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۵

اگر C مرز دوزنقه با رئوس $(1,1)$ و $(1,2)$ و $(2,2)$ و $(2,1)$ باشد که یک بار در جهت عقربه‌های ساعت

پیموده می‌شود و $\vec{F}(x,y) = (e^{xy} + y^2, xy + \sin(\ln y))$ باشد. $\oint_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ کدام است؟ عمران نقشه برداری ۹۴

- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{5}{3}$
(۳) $\frac{5}{6}$
(۴) $\frac{8}{3}$

۱۶. اگر C قسمتی از دایره $x^2 + y^2 = 1$ برای $y \geq 0$ باشد که از نقطه $(1, 0)$ به نقطه $(-1, 0)$ طی می‌شود،

چرخش میدان $F = (x^2 + y, e^y)$ روی C برابر است با: (خودآزمایی ۵۵ - سب ۲)

- (۱) $-\frac{\pi}{2} + \frac{2}{3}$ (۲) $-\frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}$ (۳) $-\pi + \frac{2}{3}$ (۴) $-\pi - \frac{2}{3}$

۱۵۱. اگر $\vec{F} = y\vec{i} + 2z\vec{j} + 3x\vec{k}$ مقدار $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$ را که در آن C خم فصل مشترک کره $x^2 + y^2 + z^2 = 2$ و سهمی‌گون

$z = x^2 + y^2$ می‌باشد کدام است؟ (علوم کامپیوتر ۹۳)

- (۱) $-\pi$ (۲) π (۳) -2π (۴) 2π

۹. $F = (-y^2, x^2, -z^2)$ و C خم تقاطع صفحه $2x + 2y + z = 2$ با استوانه $x^2 + y^2 = 1$ است که تصویر آن بر صفحه xy در جهت مثلثاتی است، چقدر است؟ (ضد آزمایی ۵ - سطح ۲)

(۱) $\frac{\pi}{2}$ (۲) π (۳) $\frac{2\pi}{3}$ (۴) $-\pi$

اگر C اشتراک نیم کره $z > 0, x^2 + y^2 + z^2 = 6x$ و استوانه $x^2 + y^2 = 4x$ باشد، مقدار $\oint_C (y^2 + z^2)dx + (z^2 + x^2)dy + (x^2 + y^2)dz$ برابر کدام گزینه است؟ (جهت C به گونه‌ای است که جهت

حرکت تصویر آن روی صفحه xy در جهت مثلثاتی است.) MBA 96

(۱) 26π

(۲) 24π

(۳) 18π

(۴) 12π

۳. اگر C قسمتی از دایره $x^2 + y^2 = 1$ از نقطه $(1, 0)$ به $(0, 1)$ همراه با قطعه‌ای از خط افقی از $(0, 1)$ به $(-\sqrt{3}, 1)$ باشد، حاصل $\frac{1}{2\pi} \int_C \frac{-ydx + xdy}{x^2 + y^2}$ کدام است؟ (ضد آزمایی ۵ - سطح ۲)

(۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{5}{12}$ (۴) $\frac{1}{6}$

۹. فرض کنید $F = (2xy^2 + e^{-y} \cos z + e^{z^2}, 2x^2y + e^{-x} \sin z^2, \tan x^2y^2)$ و S مرز رویه $z = 16$ و $z = x^2 + y^2$ باشد، مقدار $\iint_S F \cdot n dS$ کدام است؟ (سطح ۳، MBA ۹۲)

(۱) $(\frac{\pi}{3})^{10}$

(۲) $(\pi)^{2^{10}}$

(۳) $(\frac{\pi}{3})^{2^{12}}$

(۴) $(\pi)^{2^{12}}$

فرض کنید S سطح نیم کره $x^2 + y^2 + z^2 = 9$ برای $z > 0$ و \vec{N} بردار قائم یکه رو به خارج رویه S باشد. اگر $\vec{F} = (2x + yz, y + xz, 2 + z)$ ، آنگاه مقدار $\iint_S \vec{F} \cdot \vec{N} ds$ کدام است؟ (صنایع ۹۵)

(۱) 162π

(۲) 164π

(۳) 92π

(۴) 90π

۱۲۲. حاصل انتگرال $\iint_{\Sigma} (x + y + z) d\sigma$ که در آن Σ قسمتی از صفحه $z = 2x + 2y$ محدود به $x + y \leq 2, y, x \geq 0$ است چقدر است؟ (ننت ۹۰)

(۱) $\frac{\sqrt{14}}{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{14}}{2}$

(۳) $\frac{28}{3}\sqrt{14}$

(۴) $28\sqrt{14}$

۶. مقدار انتگرال روی سطح $\iint_S (x^2 + y \sin z + zx) dS$ که در آن S کره $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ است، برابر با چیست؟ (راهنمایی: از قضیه دیورژانس استفاده کنید.) (خودآزمایی ۵ - سطح ۲)

(۱) π (۲) $\frac{2}{3}\pi$ (۳) $\frac{4}{3}\pi$ (۴) $\frac{8}{3}\pi$

۱۷. اگر $F = (z - y)i + (2xz + x)j - (xe^{z^2} + y)k$ و سطح S قسمتی از سهمی گون به معادله $z = 1 - x^2 - y^2 \geq 0$ با قائم یک n به سمت بیرون باشد، حاصل $\iint_S \text{curl} F \cdot n d\sigma$ برابر است با: (خودآزمایی ۵ - سطح ۲)

(۱) ۰ (۲) -2π (۳) 2π (۴) 3π